f'' s'annule en 0 en changeant de signe d'où le point de coordonnées (0,f(0)) est un point d'inflexion pour $(\mathcal{C}_f)$;

f(0) = 0 , d'où O(0,0) est un point d'inflexion pour $(\mathcal{C}_f)$.

EXERCICE№22

$f(x) = x\sqrt{x} - \frac{3}{16}x^2$; $x \geq 0$

1) f est dérivable]0,+∞[comme étant produit et somme de fonction dérivables.

$\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim\limits_{x \to 0^+} (\sqrt{x} - \frac{3}{16}x) = 0$, d'où f est dérivable à droite en 0

Par suite f est dérivable sur [0,+∞[.

Pour $x \in]0,+\infty[$; $f'(x) = \sqrt{x} + x(\frac{1}{2\sqrt{x}}) - \frac{3}{8}x = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{3}{8}x$

$= \frac{3\sqrt{x}}{2} - \frac{3}{8}x = \frac{12\sqrt{x}-3x}{8}$

Pour $x = 0$; $\frac{12\sqrt{0}+30}{8} = 0 = f'_d(0)$

Conclusion : Pour $x \in [0,+\infty[$; $f'(x) = \frac{12\sqrt{x}-3x}{8}$

b) $f'(x) = \frac{3\sqrt{x}}{8}[4 - \sqrt{x}]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = 16$

x	0		16		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	↗	16	↘	-∞

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\sqrt{x}\left[1 - \frac{3}{16}\sqrt{x}\right] = -\infty$

c) l'équation $f(x) = 20$ n'admet pas de solution dans [0,+∞[

($f(x) \leq 16$, $\forall x \in [0,+\infty[$)

2) – a) f est dérivable sur]0,+∞[et $f'(x) = \frac{12\sqrt{x}-3x}{8}$

f'est dérivable sur]0,+∞[; ($x \mapsto \sqrt{x}$ est dérivable sur]0,+∞[)

d'où ; f est deux fois dérivable sur]0,+∞[

b) $f''(x) = \frac{12\frac{1}{2\sqrt{x}}-3}{8} = \frac{1}{8}\left[\frac{6}{\sqrt{x}} - 3\right] = \frac{3}{8}\left[\frac{2}{\sqrt{x}} - 1\right]$

$= \frac{3}{8}\left(\frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right) = \frac{3}{8}\left(\frac{4-x}{\sqrt{x}(2+\sqrt{x})}\right)$

Le signe de $f''(x)$ est celle de $(4 - x)$

x	-1		4		1
$f''(x)$		+	0	-	

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn